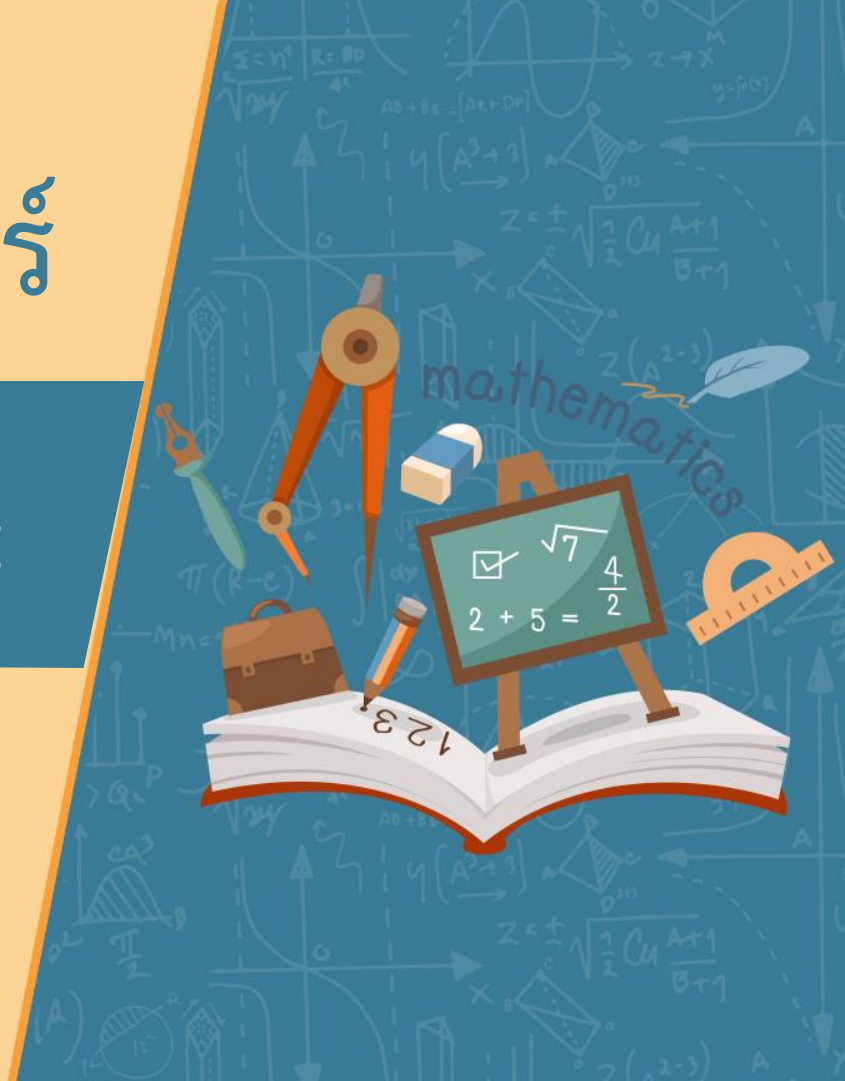
รายวิชา คณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนตรรกยะ

รหัสวิชา ค22101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

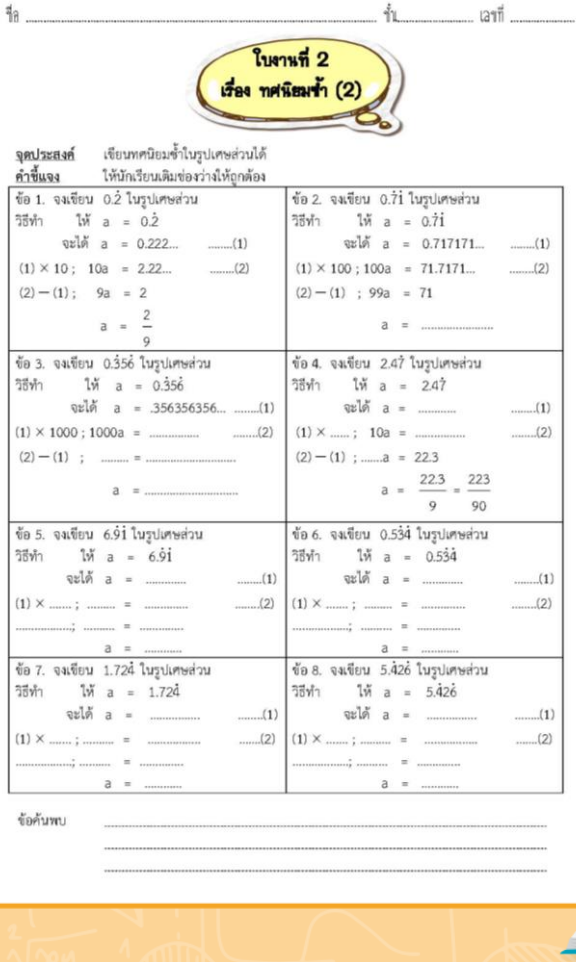
ผู้สอน ครูนงค์นุช สุกใส



จำนวนตรรกยะ

ใบงานที่ 2

เรื่อง ทศนิยมซ้ำ (2)



ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

ใบงานที่ 2
เรื่อง ทศนิยมซ้ำ (2)

จุดประสงค์ เขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วนได้
คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อ 1. จงเขียน $0.\dot{2}$ ในรูปเศษส่วน วิธีทำ ให้ $a = 0.\dot{2}$ จะได้ $a = 0.222...$ .....(1) (1) × 10 ; $10a = 2.22...$ .....(2) (2) − (1) ; $9a = 2$ $a = \frac{2}{9}$	ข้อ 2. จงเขียน $0.\dot{7}\dot{1}$ ในรูปเศษส่วน วิธีทำ ให้ $a = 0.\dot{7}\dot{1}$ จะได้ $a = 0.717171...$ .....(1) (1) × 100 ; $100a = 71.7171...$ .....(2) (2) − (1) ; $99a = 71$ $a =$ .....
ข้อ 3. จงเขียน $0.3\dot{5}\dot{6}$ ในรูปเศษส่วน วิธีทำ ให้ $a = 0.3\dot{5}\dot{6}$ จะได้ $a = .356356356...$ .....(1) (1) × 1000 ; $1000a =$ ....(2) (2) − (1) ; ..... = ... $a =$	ข้อ 4. จงเขียน $2.4\dot{7}$ ในรูปเศษส่วน วิธีทำ ให้ $a = 2.4\dot{7}$ จะได้ $a =$ ....(1) (1) × ..... ; $10a =$ ....(2) (2) − (1) ; .....$a = 22.3$ $a = \frac{22.3}{9} = \frac{223}{90}$
ข้อ 5. จงเขียน $6.9\dot{1}$ ในรูปเศษส่วน วิธีทำ ให้ $a = 6.9\dot{1}$ จะได้ $a =$ ....(1) (1) × ..... ; ..... = ...(2) .....; ..... = ... $a =$	ข้อ 6. จงเขียน $0.5\dot{3}\dot{4}$ ในรูปเศษส่วน วิธีทำ ให้ $a = 0.5\dot{3}\dot{4}$ จะได้ $a =$ ....(1) (1) × ..... ; ..... = ...(2) .....; ..... = ... $a =$ .....
ข้อ 7. จงเขียน $1.72\dot{4}$ ในรูปเศษส่วน วิธีทำ ให้ $a = 1.72\dot{4}$ จะได้ $a =$ ....(1) (1) × ..... ; ..... = ...(2) .....; ..... = ... $a =$	ข้อ 8. จงเขียน $5.4\dot{2}\dot{6}$ ในรูปเศษส่วน วิธีทำ ให้ $a = 5.4\dot{2}\dot{6}$ จะได้ $a =$ ....(1) (1) × ..... ; ..... = ...(2) .....; ..... = ... $a =$ .....

ข้อค้นพบ .....
.....
.....

ข้อ 5. จงเขียน $6.\dot{9}\dot{1}$ ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $a = 6.\dot{9}\dot{1}$

จะได้ $a =$ 6.919191... .....(1)

(1) × 100 ; 100a = 691.919191 .....(2)

(2) − (1) ; 99a = 685

$a = \frac{685}{99}$

ข้อ 6. จงเขียน $0.5\dot{3}\dot{4}$ ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $a = 0.5\dot{3}\dot{4}$

จะได้ $a = 0.5343434\ldots$ .....(1)

(1) × 100 ; $100a = 53.4343434$ .....(2)

(2) — (1) ; $99a = 52.9$

$$a = \frac{52.9}{99} \times \frac{10}{10} = \frac{529}{990}$$

ข้อ 7. จงเขียน $1.72\dot{4}$ ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $a = 1.72\dot{4}$

จะได้ $a =$ 1.72444... .....(1)

(1) × 10 ; 10a = 17.24444 .....(2)

(2) − (1) ; 9a = 15.52

$$a = \frac{15.52 \times 100}{9 \times 100} = \frac{1,552}{900}$$

ข้อ 8. จงเขียน $5.\dot{4}2\dot{6}$ ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ ให้ $a = 5.\dot{4}2\dot{6}$

จะได้ $a =$ 5.426426426... .....(1)

(1) × 1,000 ; $1{,}000a =$ 5,426.426426... .....(2)

(2) − (1) ; $999a =$ 5,421

$$a = \frac{5{,}421}{999}$$

ข้อค้นพบจากใบงานที่ 2

การเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน ตัวส่วน จะมีเลข 9 เท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมซ้ำ และต่อด้วยเลข 0 เท่ากับจำนวนตำแหน่งที่ไม่เป็นทศนิยมซ้ำหลังจุดทศนิยม

การแปลงทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วน

ชุดที่ 1

ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
$0.\dot{1}$	$\frac{1}{9}$
$0.\dot{2}$	$\frac{2}{9}$
$0.\dot{3}$	$\frac{3}{9}$
$0.\dot{4}$	$\frac{4}{9}$

การแปลงทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วน

ชุดที่ 1

ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
$0.\dot{5}$	$\frac{5}{9}$
$0.\dot{7}$	$\frac{7}{9}$
$0.\dot{8}$	$\frac{8}{9}$

การแปลงทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วน

ชุดที่ 2

ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
$0.\dot{1}\dot{2}$	$\frac{12}{99}$
$0.\dot{3}\dot{5}$	$\frac{35}{99}$
$0.\dot{6}\dot{4}$	$\frac{64}{99}$

การแปลงทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วน

ชุดที่ 2

ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
$0.\dot{5}\dot{1}$	$\frac{51}{99}$
$0.\dot{7}\dot{5}$	$\frac{75}{99}$
$0.\dot{8}\dot{3}$	$\frac{83}{99}$

การแปลงทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วน

ชุดที่ 3

ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
$0.2\dot{3}\dot{4}$	$\frac{234-2}{990}$ หรือ $\frac{232}{990}$
$0.5\dot{1}\dot{6}$	$\frac{516-5}{990}$ หรือ $\frac{511}{990}$
$0.8\dot{6}\dot{5}$	$\frac{865-8}{990}$ หรือ $\frac{857}{990}$

การแปลงทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วน

ชุดที่ 3

ทศนิยมซ้ำ	เศษส่วน
$0.4\dot{9}\dot{1}$	$\frac{491-4}{990}$ หรือ $\frac{487}{990}$
$0.7\dot{3}\dot{8}$	$\frac{738-7}{990}$ หรือ $\frac{731}{990}$
$0.9\dot{1}\dot{7}$	$\frac{917-9}{990}$ หรือ $\frac{908}{990}$

กรณีที่ 1 ทศนิยมซ้ำทุกตัว

ทศนิยมซ้ำ 1 ตำแหน่ง ตัวส่วน 9

ทศนิยมซ้ำ 2 ตำแหน่ง ตัวส่วน 99

ทศนิยมซ้ำ 3 ตำแหน่ง ตัวส่วน 999

ทศนิยมซ้ำ 4 ตำแหน่ง ตัวส่วน 9999

กรณีที่ 2 ทศนิยมซ้ำบางตัว

$$\text{ทศนิยมซ้ำ} = \frac{\text{ตัวเลขหลังทศนิยมทั้งหมด} - \text{ตัวเลขทศนิยมที่ไม่ซ้ำ}}{\text{เลข 9 เท่าจำนวนทศนิยมที่ซ้ำ ตามด้วย 0 เท่ากับจำนวนทศนิยมที่ไม่ซ้ำ}}$$

เช่น

$$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

$$0.\dot{4}\dot{8} = \frac{48}{99}$$

$$0.5\dot{2} = \frac{52-5}{90} = \frac{47}{90}$$

$$0.2\dot{3}\dot{6} = \frac{236-2}{990} = \frac{234}{990}$$

การใช้จำนวนตรรกยะในชีวิตประจำวัน

คุณแม่มีลูกเกดอยู่ 1 กล่อง เมื่อแบ่งให้ลูก 3 คน เท่า ๆ กัน จะแบ่งได้คนละ $1 \div 3$ ซึ่งเท่ากับ $0.\dot{3}$ ของกล่อง จึงกล่าวได้ว่า

ลูกแต่ละคนได้ลูกเกด $\frac{1}{3}$ ของกล่อง

การใช้จำนวนตรรกยะในชีวิตประจำวัน

ชูใจซื้อกล้วยหอมมาหนึ่งหวี ราคา 28 บาท มีกล้วยอยู่ 9 ผล ชูใจคำนวณราคากล้วยหอมได้ผลละ $28 \div 9 = 3.\dot{1}$ บาท

เขาจึงประมาณกล้วยหอมราคาผลละ 3 บาท

การใช้จำนวนตรรกยะในชีวิตประจำวัน

ครอบครัวมะลิมีสมาชิก 6 คน ไปรับประทานอาหารเย็นที่สวนอาหารแห่งหนึ่ง คิดเป็นเงิน 1,120 บาท เมื่อคำนวณค่าอาหารต่อคนแล้วได้ $186.\dot{6}$ บาท มะลิจึงประมาณเป็นจำนวนเต็มสิบ แล้วบอกพ่อว่า

ค่าอาหารต่อคนประมาณ 190 บาท

การใช้จำนวนตรรกยะในชีวิตประจำวัน

แก้ว ก้อย และก้อง ร่วมกันซื้อของขวัญให้เพื่อน เป็นเงิน 325 บาท

1. แต่ละคนต้องจ่ายเงินจำนวนเท่าไร

2. ในทางปฏิบัติแต่ละคนจะจ่ายเงินสดได้จริงตามจำนวนในข้อ 1) หรือไม่ เพราะเหตุใด

1) แต่ละคนต้องจ่ายเงินจำนวนเท่าไร

<u>วิธีทำ</u> แก้ว ก้อย และก้อง ร่วมกันซื้อของขวัญเป็นเงิน 325 บาท

ดังนั้น แต่ละคนต้องจ่ายเงิน $\frac{325}{3} = 108.\dot{3}$ บาท

2) ในทางปฏิบัติแต่ละคนจะจ่ายเงินสดได้ตามจริงในข้อ 1) หรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่ได้ เพราะเหรียญที่มีเป็นเหรียญ 25 สตางค์ และ 50 สตางค์ ซึ่งไม่สามารถรวมเป็น 33 สตางค์ได้

3) นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไร

อาจใช้วิธีการปัดเศษขึ้นหรือลงตามความเหมาะสม เพื่อให้ได้ผลรวมเป็น 325 บาท

3) นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไร

แบบที่ 1 108.25 , 108.25 และ 108.50 บาท

แบบที่ 2 108.50 , 108.50 และ 108 บาท

แบบที่ 3 108 , 108 และ 109 บาท

เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่

1. **ผลบวก**ของจำนวนตรรกยะ**กับ**จำนวนตรรกยะ เป็น
2. **ผลต่าง**ของจำนวนตรรกยะ**กับ**จำนวนตรรกยะ เป็น
3. **ผลคูณ**ของจำนวนตรรกยะ**กับ**จำนวนตรรกยะ เป็น
4. จำนวนตรรกยะ**หาร****ด้วย**จำนวนตรรกยะที่ไม่เท่ากับศูนย์ เป็น

จำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่

1) $2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ เป็น

2) $\frac{3.2}{1.3} = \frac{3.2}{1.3} \times \frac{10}{10} = \frac{32}{13}$ เป็น

3) $\frac{2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{14}{21} + \frac{15}{21} = \frac{29}{21}$ เป็น

4) $-3.56 - 4.81 = -8.37 = \frac{-837}{100}$ เป็น

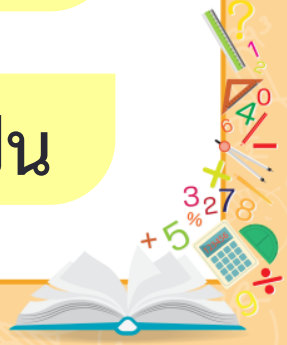
จำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่

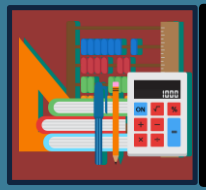
5) $-4.6 \times 0.7 = -3.22 = \frac{-322}{100}$ เป็น

6) $\frac{3}{7} \times 2\frac{1}{2} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{14}$ เป็น

7) $-5.6 \div 1.1 = \frac{-5.6}{1.1} \times \frac{10}{10} = \frac{-56}{11}$ เป็น

8) $\frac{-3}{5} \div 6 = \frac{-3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{-3}{30}$ เป็น





จำนวนตรรกยะ

คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม

ที่ $b \neq 0$

แผนผัง

จำนวนตรรกยะ

จำนวนเต็ม

- **จำนวนเต็มลบ**
  ได้แก่ -1, -2, -3, ...
- **ศูนย์**
  ได้แก่ 0
- **จำนวนเต็มบวก**
  ได้แก่ 1, 2, 3, ...

จำนวนตรรกยะที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

เช่น $\frac{3}{7}$, 0.6 , $3.\dot{1}\dot{8}$, 1.234

เรื่อง จำนวนอตรรกยะ

จำนวนอตรรกยะ

คือ

จำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วน

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม

และ $b \neq 0$

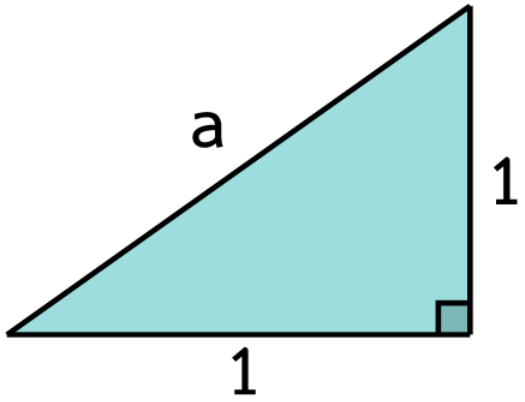
หรือเขียนเป็นทศนิยมไม่ซ้ำ

เรามาพิจารณาใบงานที่ 3

เรื่อง จำนวนอตรรกยะ

กันก่อนนะคะ

มารู้จักจำนวนอตรรกยะกัน



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$a^2 = 1^2 + 1^2$$

$$a^2 = 1 + 1$$

$$a^2 = 2$$

$$a \times a = 2$$

เริ่มจากการลองแทนค่า x ด้วยจำนวนเต็มบวก

x	1	2
x^2	1	4

จากตารางจะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1 กับ 2

แทนค่า x เป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
x^2	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25

จากตารางจะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.4 กับ 1.5

แทนค่า x เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง

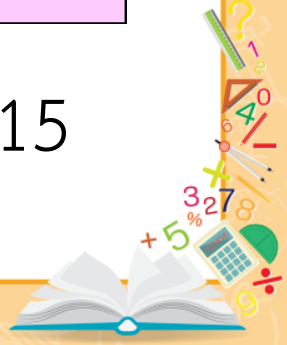
x	1.41	1.42	1.43
x^2	1.9881	2.0164	2.0449

จากตารางจะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.41 กับ 1.42

แทนค่า x เป็นทศนิยมสามตำแหน่ง

x	1.411	1.412	1.413	1.414	1.415
x^2	1.990921	1.993744	1.996569	1.999396	2.002225

จากตารางจะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.414 กับ 1.415



แทนค่า x เป็นทศนิยมตำแหน่งถัด ๆไป

x	1.4141	1.4142	1.4143
x^2	1.99967881	1.99996164	2.00024449

จะได้ว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง 1.4142 กับ 1.4143

ถ้าหาค่า x ต่อไปอีกเรื่อย ๆ จะพบว่า

1.41421356237309...

ซึ่งยังมีค่าต่อไปเรื่อย ๆ และ

ไม่เป็นทศนิยมซ้ำ

จึงไม่สามารถเขียนอยู่ในรูปเศษส่วน

เมื่อไม่สามารถแทน x ได้ด้วยเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำ จึงจำเป็นต้องแทน x ด้วยจำนวนชนิดใหม่โดยใช้เครื่องหมายกรณฑ์ $(\sqrt{\ })$ ดังนั้นจึงเขียนสัญลักษณ์

$\sqrt{2}$ **แทน**จำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2

เราจึงใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{2}$ (อ่านว่า รากที่สองที่เป็นบวกของ 2)

แทนจำนวนดังกล่าว

จึงได้ว่า $x^2 = 2$

$$2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2$$

$$x^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$x = \sqrt{2}$$

จำนวนลบเมื่อยกกำลังสอง

จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก

เช่น $(-3) \times (-3) = 9$ หรือ

$(-4) \times (-4) = 16$

ดังนั้น $-\sqrt{2}$

(อ่านว่า “**รากที่สองที่เป็นลบของ 2**”)

ซึ่งยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ 2 ด้วย

❤ ถ้า $x^2 = 2$ เมื่อ x เป็นจำนวนใด ๆ

จะได้ $x = \sqrt{2}$ และ $x = -\sqrt{2}$

❤ ถ้า $a^2 = 5$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ

จะได้ $a = \sqrt{5}$ และ $a = -\sqrt{5}$

❤ ถ้า $b^2 = 12$ เมื่อ b เป็นจำนวนใด ๆ

จะได้ $b = \sqrt{12}$ และ $b = -\sqrt{12}$

❤ ถ้า $c^2 = 34$ เมื่อ c เป็นจำนวนใด ๆ

จะได้ $c = \sqrt{34}$ และ $c = -\sqrt{34}$

มองอีกมุม

- ค่ารากที่สองของ 6 ได้แก่ $\sqrt{6}$ และ $-\sqrt{6}$

จะได้ว่า $(\sqrt{6})^2 = 6$ และ $(-\sqrt{6})^2 = 6$

- ค่ารากที่สองของ 8 ได้แก่ $\sqrt{8}$ และ $-\sqrt{8}$

จะได้ว่า $(\sqrt{8})^2 = 8$ และ $(-\sqrt{8})^2 = 8$

มองอีกมุม

- ค่ารากที่สองของ 10 ได้แก่ $\sqrt{10}$ และ $-\sqrt{10}$

จะได้ว่า $(\sqrt{10})^2 = 10$ และ $(-\sqrt{10})^2 = 10$

- ค่ารากที่สองของ 15 ได้แก่ $\sqrt{15}$ และ $-\sqrt{15}$

จะได้ว่า $(\sqrt{15})^2 = 15$ และ $(-\sqrt{15})^2 = 15$

ช่วยหาคำตอบกันหน่อย

1. $-\sqrt{8}$ เป็นรากที่สองของ .....8.....
2. $\sqrt{21}$ เป็นรากที่สองของ .....21.....
3. $\sqrt{125}$ เป็นรากที่สองของ .....125.....
4. $-\sqrt{25}$ เป็นรากที่สองของ .....25.....
5. $(\sqrt{6})^2$ มีค่าเท่ากับ .....6.....

ช่วยหาคำตอบกันหน่อย

6. $(-\sqrt{15})^2$ มีค่าเท่ากับ .....15.....

7. $(\sqrt{64})^2$ มีค่าเท่ากับ .....64.....

8. $(-\sqrt{50})^2$ มีค่าเท่ากับ .....50.....

9. ค่ารากที่สองของ 20 ได้แก่ ..$\sqrt{20}$.. และ..$-\sqrt{20}$..

10. ค่ารากที่สองของ 17 ได้แก่ ..$\sqrt{17}$.. และ..$-\sqrt{17}$..

จำนวนอตรรกยะ

คือ

จำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วน

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม

และ $b \neq 0$

หรือเขียนเป็นทศนิยมไม่ซ้ำ